

考虑几何误差和跟随误差的五轴联动 轨迹误差预测方法

吕盾¹, 罗世有¹, 王大伟², 汤洪涛², 赵万华¹, 卢秉恒¹
(1. 西安交通大学机械制造系统工程国家重点实验室, 710054, 西安;
2. 科德数控股份有限公司, 116600, 辽宁大连)

摘要: 为了准确分析五轴联动轨迹误差,从而提升零件加工效率,提出了考虑几何误差和跟随误差的五轴联动轨迹误差预测方法,在加工前或加工中预测在某选定机床上加工某轨迹的轨迹误差,提前判断选定机床是否能够满足零件轮廓误差的要求,保证零件的加工精度,提高加工效率。所提方法将位置相关的 30 项几何误差表征为函数,将位置无关的 11 项几何误差表征为常量,读取各轴指令位置序列和光栅检测位置序列,合成了包含跟随误差和 41 项几何误差的刀轴矢量轨迹,实现了五轴刀心位置轨迹误差及刀轴姿态轨迹误差的预测,并选用 AC 双转台立式五轴机床加工 S 形试件,对所提五轴联动轨迹误差预测方法进行实验验证。结果表明:指令轨迹和预测轨迹均呈现出 S 形,预测轨迹相对于指令轨迹存在一定偏差,呈现了几何误差和跟随误差的影响;实测轨迹与预测轨迹具有相同的变化趋势,两曲线均反映出部分尖峰特征,说明预测算法的正确性。

关键词: 五轴机床;几何误差;跟随误差;轨迹误差;S 试件;误差预测

中图分类号: TH16;TG659 **文献标志码:** A

DOI: 10.7652/xjtuxb202110005 **文章编号:** 0253-987X(2021)10-0038-12



OSID 码

A Trajectory Error Prediction Method Considering Geometric Errors and Tracking Errors for Five-Axis Machine Tools

LÜ Dun¹, LUO Shiyu¹, WANG Dawei², TANG Hongtao², ZHAO Wanhua¹, LU Bingheng¹
(1. State Key Laboratory for Manufacturing Systems Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710054, China;
2. Kede Numerical Control Corporation, Dalian, Liaoning 116600, China)

Abstract: The cause of the trajectory error of the five-axis CNC machine tool is complex and often unpredictable before processing, and it is difficult to determine in advance whether the selected machine tool can meet the requirements of the contour error of the parts. As a result, more conservative processing parameters have to be set to meet the processing accuracy requirements during on-site processing, which greatly sacrifices the processing efficiency of the parts. In this regard, this article proposes a five-axis trajectory error prediction method that considers geometric errors and tracking errors. It predicts the trajectory error of a certain trajectory on a selected machine tool before or during processing, and judges in advance whether the selected machine tool can meet the requirements of part contour error, which is of great significance to ensure the machining accuracy of the part and improve the machining efficiency. In the proposed method, 30 position-dependent geometric errors dependent to position (PDGES) are

characterized as functions, and 11 position-independent geometric errors independent to position (PIGES) are characterized as constants. The setpoint position sequence of each axis and the raster detection position sequence are read, and the tool axis vector trajectory including the tracking errors and 41 geometric errors are synthesized to realize the prediction of the five-axis tool center position trajectory error and the tool axis posture trajectory error. And an AC double-turntable vertical five-axis machine tool is used to process S-shaped specimens to verify the proposed five-axis trajectory error prediction method. The results show that both the setpoint trajectory and the predicted trajectory present an S shape, and the predicted trajectory has a certain deviation relative to the setpoint trajectory, which presents the influence of geometric errors and following errors; the measured trajectory and the predicted trajectory have the same variation trend, and both curves reflect some of the peak characteristics, which shows the correctness of the prediction algorithm.

Keywords: five-axis machine tool; geometric error; tracking error; trajectory error; S-shaped test piece; error prediction

五轴数控机床是航空结构件、发动机叶轮/叶盘和燃气轮机叶片等复杂曲面零件的关键加工装备。五轴机床的联动轨迹误差决定了这些复杂曲面零件的轮廓误差。

五轴联动轨迹误差是多源误差综合作用的结果,机床的几何误差^[1-4]、跟随误差^[5-7]、热变形^[8-10]、力变形^[11]及振动^[12]等形式的误差都会对五轴联动轨迹误差产生影响。如果能在加工前或加工中,对五轴联动轨迹误差进行预测,判断轨迹误差是否满足零件公差要求,对分析联动轨迹误差的成因、进行联动轨迹误差溯源、保证加工精度、提高加工效率都具有重要意义。吕盾等研究了各轴跟随误差引起的五轴联动轨迹误差的预测方法,实现了在加工前对联动轨迹误差的预测^[5]。除了由伺服引起的各轴跟随误差外,五轴数控机床的几何误差也是形成联动轨迹误差的重要误差源。

因此,本文在考虑各轴跟随误差的基础上,进一步考虑五轴机床的 41 项几何误差,提出了综合考虑几何误差和跟随误差的五轴联动轨迹误差预测方法。

1 五轴机床 41 项几何误差表征方法

五轴机床有 41 项几何误差^[13-15],分为位置相关几何误差和位置无关几何误差两类。以 AC 双转台五轴机床为例,其 41 项几何误差如表 1 所示。

1.1 位置相关几何误差的表征方法

如表 1 所示,五轴机床每个轴运动有 6 项位置相关几何误差,分别为沿 X、Y、Z 方向的位移误差和绕 X、Y、Z 方向的角度误差。以 Y 轴为例,3 项位移误差为 δ_{xy} 、 δ_{yy} 和 δ_{zy} ,第 1 个下标表示误差的方

向,第 2 个下标表示位置的坐标;3 项角度误差为 ϵ_{xy} 、 ϵ_{yy} 、 ϵ_{zy} ,第 1 个下标表示绕旋转的轴,第 2 个下标表示位置的坐标。图 1 和图 2 分别以 Y 轴和 C 轴为例,示出了直线轴和旋转轴的 6 项位置相关几何误差。

表 1 AC 双转台五轴机床 41 项几何误差参数
Table 1 41 geometric errors of AC double-turntable five-axis CNC machine tool

位置相关性	几何误差参数				
	X 轴	Y 轴	Z 轴	A 轴	C 轴
位置相关	$\delta_{xx}, \epsilon_{xx}$	$\delta_{xy}, \epsilon_{xy}$	$\delta_{xz}, \epsilon_{xz}$	$\delta_{xa}, \epsilon_{xa}$	$\delta_{xc}, \epsilon_{xc}$
	$\delta_{yx}, \epsilon_{yx}$	$\delta_{yy}, \epsilon_{yy}$	$\delta_{yz}, \epsilon_{yz}$	$\delta_{ya}, \epsilon_{ya}$	$\delta_{yc}, \epsilon_{yc}$
	$\delta_{zx}, \epsilon_{zx}$	$\delta_{zy}, \epsilon_{zy}$	$\delta_{zz}, \epsilon_{zz}$	$\delta_{za}, \epsilon_{za}$	$\delta_{zc}, \epsilon_{zc}$
位置无关				$\delta_{xAY}, \alpha_{AY}$	β_{CA}
		S_{xy}, S_{yz}, S_{zx}		δ_{yAY}, β_{AY}	
				$\delta_{zAY}, \gamma_{AY}$	δ_{yCA}

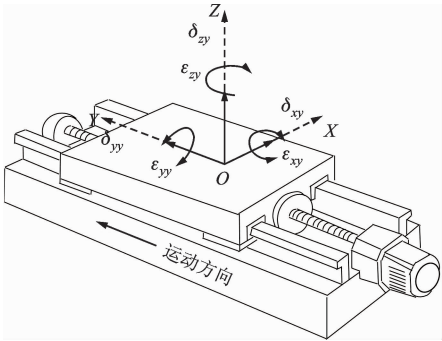


图 1 直线轴 Y 的位置相关几何误差
Fig. 1 Position-dependent geometric errors of Y-axis

五轴机床 3 个直线轴有 18 项位置相关几何误

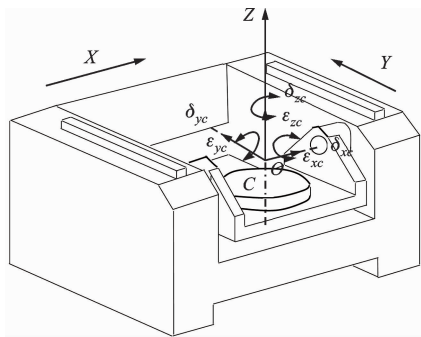


图2 旋转轴C的位置相关几何误差

Fig. 2 Position-dependent geometric errors of C-axis

差,两个旋转轴有12项位置相关几何误差,共有30项位置相关几何误差。

五轴机床的位置相关几何误差可以通过激光干涉仪^[13]、球杆仪^[16]、R-Test^[17-19]等检测仪器检出。在各轴测量行程中设置等距的若干位置点,采用上述测量仪器,检测各个位置点的各项位置相关几何误差。将采集的这些误差数据拟合成高阶多项式函数,建立各项位置相关几何误差随进给轴位置变化的函数表达式

$$\begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_{30} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{1,1} & \cdots & a_{1,n} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{30,1} & \cdots & a_{30,n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m^0 \\ m^1 \\ \vdots \\ m^{n-1} \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中: $f_1, \dots, f_{30}$ 为30项位置相关几何误差的高阶多项式函数,其中位置误差的单位为mm、角度误差的单位为($''$); m 表示各个轴的不同位置,对直线轴来说是移动的位置,对转轴是转动的角度; n 表示多项式阶次; $a_{1,1}, \dots, a_{1,n}$ 表示 f_1 函数各阶次系数,同理 $a_{30,1}, \dots, a_{30,n}$ 表示 f_{30} 函数各阶次系数。

1.2 位置无关几何误差的表征方法

3个直线轴之间有3项位置无关几何误差,分别为X和Y轴、Y和Z轴、X和Z轴之间的垂直度误差 S_{xy} 、 S_{yz} 和 S_{xz} ,单位为rad,如表1所示。图3以X轴和Y轴之间的垂直度误差 S_{xy} 为例,示出了直线轴之间位置无关几何误差的表征方法。图4所示为直线轴垂直度误差的空间几何意义。

两个旋转轴之间的位置无关几何误差有8项,如图5所示。图中 O_M 、 O_C 、 O_A 分别表示机床坐标系、C轴坐标系和A轴坐标系, α_{AY} 、 β_{AY} 、 γ_{AY} 表示A轴相对于机床Y轴分别关于X、Y、Z轴的角度误差。 δ_{xAy} 、 δ_{yAy} 、 δ_{zAy} 表示A轴相对于机床Y轴分别在X、Y、Z方向上的位置误差。 β_{CA} 、 δ_{yCA} 表示C轴相对于A轴在Y方向上的角度和位置误差。

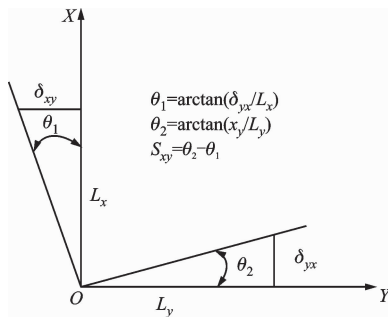


图3 XY平面垂直度误差

Fig. 3 Verticality error of XY plane

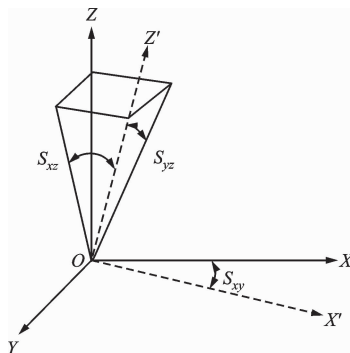


图4 直线轴垂直度误差

Fig. 4 Verticality error of linear axis

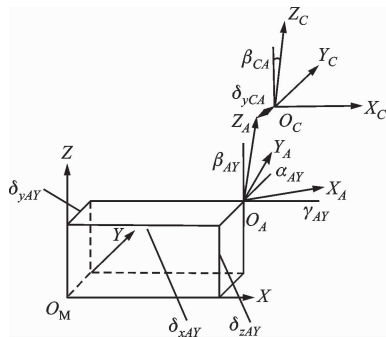


图5 旋转轴8项位置无关几何误差

Fig. 5 8 Position-independent geometric errors of rotation axis

将五轴机床的11项位置无关几何误差表征为常量,如下

$$\begin{bmatrix} f_{31} \\ f_{32} \\ \vdots \\ f_{41} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_{11} \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中:3个直线轴之间的3项垂直度误差用 c_1 、 c_2 、 c_3 表示,单位为rad;将A轴与Y轴之间的3项角度误差用 c_4 、 c_5 、 c_6 表示,单位为($''$),3项位置误差用 c_7 、 c_8 、 c_9 表示,单位为 μm ;将A轴与C轴之间的1项角度误差和1项位置误差分别用 c_{10} 、 c_{11} 表示,单位

分别为($''$)和 μm 。

2 五轴联动轨迹合成方法

2.1 指令轨迹合成方法

以图 6 所示 AC 双转台结构型式五轴机床为例,建立指令轨迹合成方法。建立该结构型式五轴机床的多体系统拓扑结构^[20-21],各结构体的运动转换关系如图 7 所示。图中 O_X 、 O_Y 、 O_Z 、 O_A 、 O_C 表示 5 个轴的体坐标系, O_S 、 O_T 表示主轴坐标系和刀具坐标系, O_W 为工件坐标系。

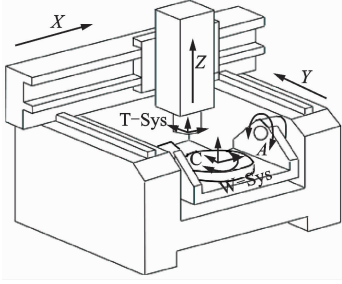


图 6 双转台五轴机床运动结构

Fig. 6 Kinematic structure of double-turnstile five-axis CNC machine tool

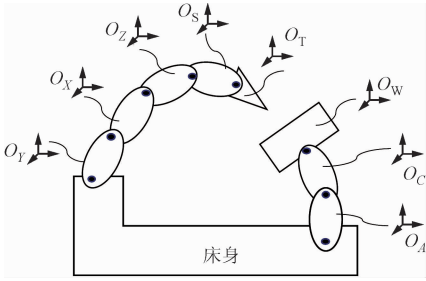


图 7 双转台五轴机床拓扑结构

Fig. 7 Topological structure of double-turnstile five-axis CNC machine tool

根据系统拓扑结构建立五轴机床正运动学变换矩阵^[22],如下

$${}^W_T T = {}^W_C T {}^C_A T {}^A_R T {}^R_Y T {}^Y_X T {}^X_Z T {}^Z_S T {}^S_T T \quad (3)$$

定义 ${}^W_C T$ 为工件坐标系与 C 轴坐标系的齐次变换矩阵; ${}^C_A T$ 为 C 轴坐标系与 A 轴坐标系的齐次变换矩阵。各个转换矩阵的表达式为

$${}^W_C T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & L_{cwz} \\ 0 & 1 & 0 & L_{cwy} \\ 0 & 0 & 1 & L_{cwz} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta_c & -\sin\theta_c & 0 & 0 \\ \sin\theta_c & \cos\theta_c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$${}^C_A T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & L_{acx} \\ 0 & 1 & 0 & L_{acy} \\ 0 & 0 & 1 & L_{acz} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta_a & -\sin\theta_a & 0 \\ 0 & \sin\theta_a & \cos\theta_a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$${}^A_R T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & L_{yax} \\ 0 & 1 & 0 & L_{yay} \\ 0 & 0 & 1 & L_{yaz} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; {}^R_Y T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & y \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$${}^Y_X T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; {}^X_Z T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$${}^Z_S T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; {}^S_T T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & L_{tool} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

式中: x 、 y 、 z 、 θ_a 、 θ_c 表示各进给轴在机床坐标系下的指令位置序列,即数控系统插补输出的指令位置序列; L_{tool} 表示刀具长度; L_{cwz} 、 L_{cwy} 、 L_{cwz} 表示工件坐标系和 C 轴坐标系原点分别在 x 、 y 、 z 方向的距离(L 表示距离,前两个下标表示坐标系原点,最后下标表示方向);同理, L_{acx} 、 L_{acy} 、 L_{acz} 表示 C 轴坐标系和 A 轴坐标系原点分别在 x 、 y 、 z 方向的距离; L_{yax} 、 L_{yay} 、 L_{yaz} 表示 A 轴坐标系和 Y 轴坐标系原点分别在 x 、 y 、 z 方向的距离。

通过正运动学变换,可以将五个进给轴在机床坐标系下的位置,转换为工件坐标系下的刀心位置和刀轴矢量。将式(4)~(8)代入式(3)中得到 ${}^W_T T$ (由于矩阵第 4 列表达式较复杂,故用 $(N_x, N_y, N_z, 1)^T$ 表示),进一步建立表征工件坐标系中刀心位置和刀轴矢量的方程式如下

$${}^W_T T = \begin{bmatrix} \cos\theta_c & -\cos\theta_a \sin\theta_c & \sin\theta_a \sin\theta_c & N_x \\ \sin\theta_c & \cos\theta_a \cos\theta_c & -\sin\theta_a \cos\theta_c & N_y \\ 0 & \sin\theta_a & \cos\theta_a & N_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_W &= (P_x, P_y, P_z, 1)^T = {}^W_T T (0 \ 0 \ 0 \ 1)^T \\ \mathbf{O}_W &= (O_i, O_j, O_k, 1)^T = {}^W_T T (0 \ 0 \ 1 \ 0)^T \end{aligned}$$

式中: $\mathbf{P}_W$ 、 $\mathbf{O}_W$ 分别表征工件坐标系中刀心位置和刀轴矢量。将 ${}^W_T T$ 表达式代入式(9),得到刀心位置(P_x, P_y, P_z)、刀轴矢量(O_i, O_j, O_k)的表达式如下

$$\begin{aligned} O_i &= \sin\theta_a \sin\theta_c \\ O_j &= -\sin\theta_a \cos\theta_c \\ O_k &= \cos\theta_a \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} P_x = N_x &= (z + L_{\text{tool}} + L_{\text{yuz}}) \sin \theta_a \sin \theta_c - \\ &\quad (y + L_{\text{yuy}}) \cos \theta_a \sin \theta_c + (x + L_{\text{acx}} + L_{\text{yux}}) \cos \theta_c - \\ &\quad L_{\text{acy}} \sin \theta_c + L_{\text{cwx}} \\ P_y = N_y &= -(z + L_{\text{tool}} + L_{\text{yuz}}) \sin \theta_a \cos \theta_c + \\ &\quad (y + L_{\text{yuy}}) \cos \theta_a \cos \theta_c + (x + L_{\text{acx}} + L_{\text{yux}}) \sin \theta_c + \\ &\quad L_{\text{acy}} \cos \theta_c + L_{\text{cwy}} \\ P_z = N_z &= (z + L_{\text{tool}} + L_{\text{yuz}}) \cos \theta_a + \\ &\quad (y + L_{\text{yuy}}) \sin \theta_a + L_{\text{acz}} + L_{\text{cwz}} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

将5个轴的指令位置序列 $(x, y, z, \theta_a, \theta_c)$ 输入式(10),得到工件坐标系下的指令刀心位置和刀轴姿态轨迹。

2.2 考虑跟随误差和几何误差的实际轨迹

预测方法

在式(3)的基础上,考虑各轴跟随误差和41项几何误差,得到双转台五轴数控机床的实际正运动学变换矩阵如下

$${}^{\text{W}}_T \mathbf{T}^e = {}^{\text{W}}_C \mathbf{T}^e {}^{\text{C}}_A \mathbf{T}^e {}^{\text{A}}_R \mathbf{T}^e {}^{\text{R}}_Y \mathbf{T}^e {}^{\text{Y}}_X \mathbf{T}^e {}^{\text{X}}_Z \mathbf{T}^e {}^{\text{Z}}_S \mathbf{T}^e {}^{\text{S}}_T \mathbf{T}^e \quad (11)$$

其中

$${}^{\text{W}}_C \mathbf{T}^e = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & L_{\text{cwx}} \\ 0 & 1 & 0 & L_{\text{cwy}} \\ 0 & 0 & 1 & L_{\text{cwz}} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -\epsilon_{\text{zx}} & \epsilon_{\text{yx}} & \delta_{\text{zx}} \\ \epsilon_{\text{zx}} & 1 & -\epsilon_{\text{xx}} & \delta_{\text{yx}} \\ -\epsilon_{\text{yx}} & \epsilon_{\text{xx}} & 1 & \delta_{\text{zx}} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos \theta_c^e & -\sin \theta_c^e & 0 & 0 \\ \sin \theta_c^e & \cos \theta_c^e & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

$${}^{\text{C}}_A \mathbf{T}^e = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & L_{\text{acx}} \\ 0 & 1 & 0 & L_{\text{acy}} \\ 0 & 0 & 1 & L_{\text{acz}} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \beta_{\text{CA}} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \delta_{\text{yCA}} \\ -\beta_{\text{CA}} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -\epsilon_{\text{za}} & \epsilon_{\text{ya}} & \delta_{\text{za}} \\ \epsilon_{\text{za}} & 1 & -\epsilon_{\text{xa}} & \delta_{\text{ya}} \\ -\epsilon_{\text{ya}} & \epsilon_{\text{xa}} & 1 & \delta_{\text{za}} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_a^e & -\sin \theta_a^e & 0 \\ 0 & \sin \theta_a^e & \cos \theta_a^e & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

$${}^{\text{A}}_R \mathbf{T}^e = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & L_{\text{yux}} \\ 0 & 1 & 0 & L_{\text{yuy}} \\ 0 & 0 & 1 & L_{\text{yuz}} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -\gamma_{\text{AY}} & \beta_{\text{AY}} & \delta_{\text{xAY}} \\ \gamma_{\text{AY}} & 1 & -\alpha_{\text{AY}} & \delta_{\text{yAY}} \\ -\beta_{\text{AY}} & \alpha_{\text{AY}} & 1 & \delta_{\text{zAY}} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (14)$$

$${}^{\text{R}}_Y \mathbf{T}^e = \begin{bmatrix} 1 & -\epsilon_{\text{zy}} & \epsilon_{\text{yy}} & \delta_{\text{xy}} \\ \epsilon_{\text{zy}} & 1 & -\epsilon_{\text{xy}} & \delta_{\text{yy}} + y^e \\ -\epsilon_{\text{yy}} & \epsilon_{\text{xy}} & 1 & \delta_{\text{zy}} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (15)$$

$${}^{\text{Y}}_X \mathbf{T}^e = \begin{bmatrix} 1 & -\epsilon_{\text{zx}} & \epsilon_{\text{yx}} & \delta_{\text{xx}} + x^e \\ \epsilon_{\text{zx}} & 1 & -\epsilon_{\text{xx}} & \delta_{\text{yx}} + x^e S_{\text{xy}} \\ -\epsilon_{\text{yx}} & \epsilon_{\text{xx}} & 1 & \delta_{\text{zx}} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (16)$$

$${}^{\text{X}}_Z \mathbf{T}^e = \begin{bmatrix} 1 & -\epsilon_{\text{zz}} & \epsilon_{\text{yz}} & \delta_{\text{xx}} + z^e S_{\text{xz}} \\ \epsilon_{\text{zz}} & 1 & -\epsilon_{\text{xz}} & \delta_{\text{yz}} - z^e S_{\text{yz}} \\ -\epsilon_{\text{yz}} & \epsilon_{\text{xz}} & 1 & \delta_{\text{zz}} + z^e \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (17)$$

$${}^{\text{Z}}_S \mathbf{T}^e = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad {}^{\text{S}}_T \mathbf{T}^e = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & L_{\text{tool}} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (18)$$

式中: $(x^e, y^e, z^e, \theta_a^e, \theta_c^e)$ 为各进给轴在机床坐标系下的光栅检测位置序列,包含了五轴跟随误差项; δ_{xp} 、 δ_{yp} 、 δ_{zp} 、 ϵ_{xp} 、 ϵ_{yp} 、 ϵ_{zp} (其中 p 表示 x, y, z)是3个直线轴的18项位置有关的几何误差函数; δ_{xq} 、 δ_{yq} 、 δ_{zq} 、 ϵ_{xq} 、 ϵ_{yq} 、 ϵ_{zq} (其中 q 表示 a, c)为两个旋转轴的12项位置有关几何误差函数; S_{xy} 、 S_{yz} 、 S_{xz} 、 α_{AY} 、 β_{AY} 、 γ_{AY} 、 δ_{xAY} 、 δ_{yAY} 、 δ_{zAY} 、 B_{CA} 、 δ_{yCA} 为与位置无关的几何误差常数。将式(12)~(18)代入式(11)中,忽略两阶及以上误差项,得到 ${}^{\text{W}}_T \mathbf{T}^e$ 的表达式,同样建立表征工件坐标系中刀心位置 (P_x^e, P_y^e, P_z^e) 和刀轴矢量 (Q_i^e, Q_j^e, Q_k^e) 的方程式如下

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{P}_w^e &= (P_x^e, P_y^e, P_z^e, 1)^T = {}^{\text{W}}_T \mathbf{T}^e (0 \ 0 \ 0 \ 1)^T \\ \mathbf{O}_w^e &= (O_i^e, O_j^e, O_k^e, 1)^T = {}^{\text{W}}_T \mathbf{T}^e (0 \ 0 \ 1 \ 0)^T \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

将 ${}^{\text{W}}_T \mathbf{T}^e$ 表达式代入式(19),得到预测刀心位置 (P_x^e, P_y^e, P_z^e) 和刀轴矢量 (Q_i^e, Q_j^e, Q_k^e) 的表达式。由于式子较复杂,在此只列出刀心位置 (P_x^e, P_y^e, P_z^e) 的表达式如下

$$\begin{aligned} P_x^e &= \cos \theta_c^e (x^e + \delta_{\text{xx}} + \delta_{\text{xy}} + \delta_{\text{xz}} + z^e \epsilon_{\text{yx}} + z^e \epsilon_{\text{yy}} - z^e \epsilon_{\text{xz}} + \\ &\quad L_{\text{tool}} (\epsilon_{\text{xy}} + \epsilon_{\text{yy}} + \epsilon_{\text{yz}}) - y^e \gamma_{\text{AY}} + z^e \beta_{\text{AY}} + \delta_{\text{xAY}} + L_{\text{yux}}) + \\ &\quad (x^e + L_{\text{yux}}) (-\sin \theta_c^e \epsilon_{\text{xx}} - \sin \theta_c^e \epsilon_{\text{zx}}) - (\sin \theta_c^e \cos \theta_c^e + \\ &\quad \cos \theta_c^e \cos \theta_c^e) (x^e \gamma_{\text{AY}} + y^e + \delta_{\text{yx}} + \delta_{\text{yy}} + \delta_{\text{yz}} + x^e \delta_{\text{xy}} + \\ &\quad x^e \epsilon_{\text{zy}} - x^e \epsilon_{\text{xx}} - x^e \epsilon_{\text{xy}} - x^e S_{\text{yz}} - L_{\text{tool}} (\epsilon_{\text{xx}} + \epsilon_{\text{xy}} + \epsilon_{\text{xz}}) - \\ &\quad z^e \alpha_{\text{AY}} + \delta_{\text{yAY}} + L_{\text{yuy}}) + (y^e + L_{\text{yuy}}) (\sin \theta_a^e \sin \theta_a^e \epsilon_{\text{za}} + \\ &\quad \sin \theta_a^e \epsilon_{\text{yx}} + \cos \theta_a^e (-\cos \theta_a^e \epsilon_{\text{za}} + \sin \theta_a^e (\epsilon_{\text{yu}} + \beta_{\text{CA}}))) + \\ &\quad (\sin \theta_a^e \sin \theta_c^e + \sin \theta_a^e - \cos \theta_c^e) (-x^e \beta_{\text{AY}} + y^e \alpha_{\text{AY}} + z^e + \\ &\quad \delta_{\text{zx}} + \delta_{\text{zy}} + \delta_{\text{zz}} - x^e \epsilon_{\text{yy}} + \delta_{\text{zAY}} + L_{\text{yuz}}) + \\ &\quad (z^e + L_{\text{la z}}) (\sin \theta_c^e \cos \theta_a^e \epsilon_{\text{za}} + \cos \theta_a^e \epsilon_{\text{yx}} + \cos \theta_c^e (\sin \theta_a^e \epsilon_{\text{za}} + \end{aligned}$$

$$\cos\theta_a^e(\epsilon_{yu} + \beta_{CA})) + \cos\theta_c^e(\delta_{xu} + L_{acx} + \beta_{CA} - \delta_{zu}) - L_{acx} \sin\theta_c^e \epsilon_{zc} - \sin\theta_c^e(\delta_{yu} + \delta_{yCA} + L_{acy}) - L_{acy} \cos\theta_c^e \epsilon_{zc} + L_{acz} \epsilon_{yc} + \delta_{xc} + L_{cwx} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} P_y^e = & \sin\theta_c^e(x^e + \delta_{xx} + \delta_{xy} + \delta_{xz} + z^e \epsilon_{yx} + z^e \epsilon_{yy} - z^e \epsilon_{xz} + L_{tool}(\epsilon_{yx} + \epsilon_{yy} + \epsilon_{yz}) - y^e \gamma_{AY} + z^e \beta_{AY} + \delta_{xAY} + L_{yux}) + \\ & (x^e + L_{yux})(\cos\theta_c^e \epsilon_{zc} + \cos\theta_c^e \epsilon_{zu}) + \cos\theta_c^e \cos\theta_a^e(x^e \gamma_{AY} + y^e + \delta_{yx} + \delta_{yy} + \delta_{yz} + x^e S_{xy} + x^e \epsilon_{zy} - x^e \epsilon_{xx} - x^e \epsilon_{xy} - \\ & z^e S_{yz} - L_{tool}(\epsilon_{xx} + \epsilon_{xy} + \epsilon_{xz}) - z^e \alpha_{AY} + \delta_{yAY} + L_{yuy}) + \\ & (y^e + L_{yuy})(-\cos\theta_a^e \sin\theta_c^e \epsilon_{zc} - \sin\theta_a^e \epsilon_{xc} - \cos\theta_c^e - \sin\theta_a^e \epsilon_{xu} + \sin\theta_a^e(-\cos\theta_a^e \epsilon_{zu} + \sin\theta_a^e(\epsilon_{yu} + \beta_{CA}))) + \\ & \cos\theta_a^e \sin\theta_a^e(-x^e \beta_{AY} + y^e \alpha_{AY} + z^e + \delta_{zx} + \delta_{zy} + \delta_{zz} - x^e \epsilon_{yy} + \delta_{zAY} + L_{yuz}) + (z^e + L_{laz})(\sin\theta_a^e \sin\theta_c^e \epsilon_{zc} - \\ & \cos\theta_a^e \epsilon_{yc} - \cos\theta_a^e(\cos\theta_c^e \epsilon_{xu} + \sin\theta_c^e \epsilon_{zu} + \cos\theta_a^e(\epsilon_{yu} + \beta_{CA}))) + \sin\theta_c^e(\delta_{xu} + L_{acx} + \beta_{CA} - \delta_{zu}) - \\ & L_{acx} \cos\theta_c^e \epsilon_{zc} - \cos\theta_c^e(\delta_{yu} + \delta_{yCA} + L_{acy}) - L_{acy} \sin\theta_c^e \epsilon_{zc} + L_{acz} \epsilon_{yc} + \delta_{yc} + L_{cwy} \quad (21) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_z^e = & (x^e + L_{yux})(-\cos\theta_c^e \epsilon_{yc} + \sin\theta_c^e \epsilon_{xc} - \epsilon_{yu} - \beta_{CA}) + \sin\theta_a^e(x^e \gamma_{AY} + y^e + \delta_{yx} + \delta_{yy} + \delta_{yz} + x^e S_{xy} + x^e \epsilon_{zy} + z^e \epsilon_{xx} - z^e \epsilon_{xy} - z^e S_{yz} - L_{tool}(\epsilon_{xx} + \epsilon_{xy} + \epsilon_{xz}) - z^e \alpha_{AY} + \delta_{xAY} + L_{yuy}) + \\ & (y^e + L_{yuy})(\cos\theta_c^e \epsilon_{xu} + \cos\theta_a^e(\sin\theta_c^e \epsilon_{yc} + \cos\theta_c^e \epsilon_{xc})) + \cos\theta_a^e(-x^e \beta_{AY} + y^e \alpha_{AY} + z^e + \delta_{zx} + \delta_{zy} + \delta_{zz} - x^e \delta_{yy} + \delta_{zAY} + L_{yuz}) + (z^e + L_{yaz})(-\sin\theta_c^e \epsilon_{xc} + L_{acz}(\sin\theta_c^e \epsilon_{yc} + \cos\theta_c^e \epsilon_{xc}) + L_{acz} + \delta_{zu} + \delta_{zc} + L_{c wz} \quad (22) \end{aligned}$$

将式(1)和式(2)代入式(19),并输入各轴光栅检测位置序列 $(x^e, y^e, z^e, \theta_a^e, \theta_c^e)$,得到工件坐标系下的实际刀心位置和刀轴姿态轨迹。

3 五轴联动轨迹误差预测方法和流程

将指令位置序列 $(x, y, z, \theta_a, \theta_c)$ 输入式(10),得到工件坐标系中指令刀心位置和刀轴姿态轨迹。

将建立的五轴机床几何误差表征函数和常量代入式(20)~(22),并将光栅检测位置序列 $(x^e, y^e, z^e, \theta_a^e, \theta_c^e)$ 输入式(20)~(22),得到工件坐标系下考虑各轴跟随误差和 41 项几何误差的预测刀心位置和刀轴姿态轨迹。基于指令轨迹和预测轨迹,采用文献[23-24]所述方法,求解五轴联动轨迹误差。

考虑各轴跟随误差和 41 项几何误差的五轴联动轨迹误差预测流程如图 8 所示,主要内容如下。

(1)测量五轴机床 41 项几何误差,按照式(1)将位置相关的 30 项几何误差表征为函数,按照式(2)将位置无关的 11 项几何误差表征为常量;

(2)将各轴指令位置序列输入式(10),合成指令刀心位置和刀轴姿态轨迹;

(3)将各轴光栅检测位置序列输入式(20)~(22),得到包含各轴跟随误差和 41 项几何误差的预测刀心位置和刀轴姿态轨迹;

(4)求解预测刀心位置轨迹相对于指令刀心位置轨迹的偏差,实现对五轴联动轨迹误差的预测。

4 实验验证

4.1 五轴机床 41 项几何误差测量和表征

实验机床为科德 KMC400S U 五轴铣床复合立式加工中心,如图 6 所示。3 个直线轴的 21 项几何误差用激光干涉仪测量(可测出除 3 项滚转误差外

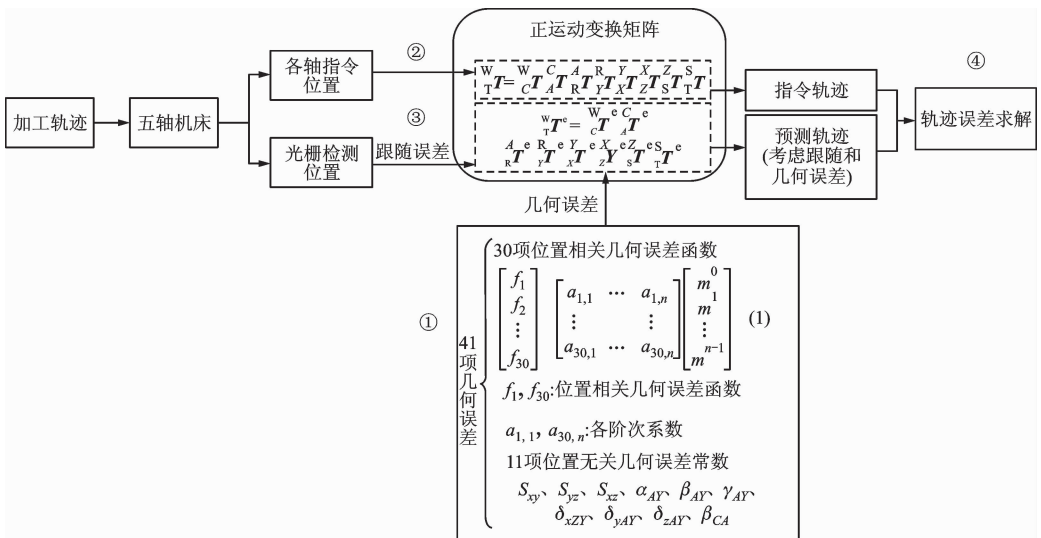


图 8 五轴联动轨迹误差预测流程图

Fig. 8 Flow chart of five-axis trajectory error prediction

的其余 18 项),如图 9 所示。两个旋转轴的 20 项几何误差采用 R-Test 测量,如图 10 所示。



图 9 激光干涉仪测量三个直线轴几何误差

Fig. 9 The laser interferometer measuring the geometric errors of three linear axes

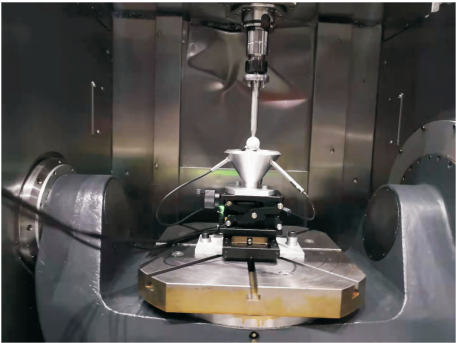


图 10 R-Test 测量两个旋转轴几何误差

Fig. 10 R-Test measuring the geometric error of two rotation axes

表 2 和表 3 列出了实验测得的部分(Y 轴和 C 轴)位置相关几何误差数据。

以 C 轴为例,基于 1.1 节所述方法,对位置相关几何误差数据进行 3 阶拟合,结果如图 11 所示。

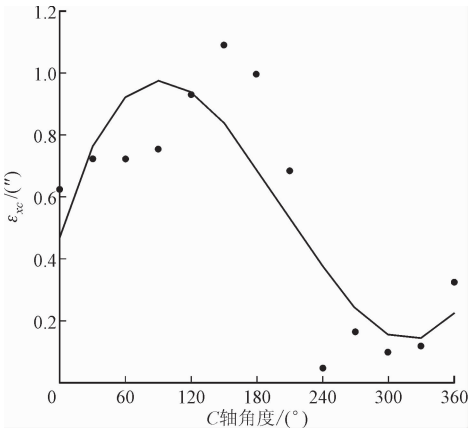


图 11 C 轴几何误差 ϵ_{zc} 的 3 次项拟合曲线

Fig. 11 The 3rd order fitting curve of C-axis geometric error ϵ_{zc}

表 2 Y 轴位置相关几何误差数据

Table 2 Position-dependent geometric errors data of Y-axis

Y 轴位置 /mm	δ_{xy} /mm	δ_{yy} /mm	δ_{zy} /mm	ϵ_{xy} /(″)	ϵ_{zy} /(″)
220	0.000 1	0.006 2	0.000 3	-0.4	0
200	0.000 1	0.002 9	0.001 5	0.4	-0.4
180	0.000 9	0.001 8	-0.000 7	0.4	-0.1
160	0.001 6	0.002 0	0.000 9	0.1	-0.3
140	0.002 3	-0.001 9	-0.000 2	0.8	-0.8
120	0.003 1	-0.002 4	-0.001 1	0.1	-0.5
100	0.004 4	-0.004 3	-0.001 4	0	-0.9
80	0.005 3	-0.004 3	0.001 8	-0.5	-1.2
60	0.006 2	-0.006 5	0.001 5	-0.1	-1.4
40	0.006 7	-0.006 1	0.000 8	-0.3	-2.1
20	0.007 1	-0.005 5	-0.000 6	0	-0.9
0	0.007 3	-0.007 0	-0.002 4	0.5	-1.4
-20	0.007 7	-0.005 3	-0.004 1	0.5	-1.3
-40	0.007 9	-0.004 5	-0.004 2	0.6	-0.6
-60	0.008 4	-0.003 8	-0.003 9	0.3	-0.7
-80	0.009 0	-0.001 7	-0.001 5	0.5	-0.4
-100	0.009 5	0.000 4	-0.001 1	0.4	0.2
-120	0.009 9	0.003 3	0.000 9	0.4	0.2
-140	0.010 6	0.005 0	0.000 6	0.2	0.2
-160	0.011 3	0.006 0	0.001 4	0.1	0.8
-180	0.011 6	0.005 0	0.001 3	0	0.9

表 3 C 轴位置相关几何误差数据

Table 3 Position-dependent geometric errors data of C-axis

C 轴角度 /(°)	δ_{xc} /μm	δ_{yc} /μm	δ_{zc} /μm	ϵ_{xc} /(″)	ϵ_{yc} /(″)	ϵ_{zc} /(″)
0	-4.7	11	5.5	0.6	0.1	0.3
30	-6.8	8	9.8	0.7	0.2	0.3
60	-6.8	12	9.4	0.7	0.4	0
90	-5.3	-1	-7.3	0.8	0.3	0.3
120	-4.9	6.6	-27	0.9	0.4	0.4
150	-17	22	-46	1.1	0.6	0.2
180	-28	28	-61	1.0	0.9	0.2
210	-26	25	-63	0.7	1.1	0.4
240	-23	5.7	-47	0	0.9	0.3
270	-12	6.7	-32	0.2	0.5	0.2
300	-5.9	2.1	-14	0.1	0.2	0.3
330	-1.7	-1.8	-9.7	0.1	0	0.2
360	-6.4	1.9	-4.2	0.3	0.1	0.3

建立各项位置相关几何误差表达式,拟合后函数如下

$$\left. \begin{aligned} \delta_{xc} &= 2.1 \times 10^{-6} c^3 - 0.000\ 6 c^2 - 0.045\ 4 c - 3.05 \\ \delta_{yc} &= -2.1 \times 10^{-6} c^3 + 0.000\ 2 c^2 + 0.042\ 5 c + 7.6 \\ \delta_{zc} &= 4.7 \times 10^{-6} c^3 - 0.000\ 7 c^2 - 0.362 c + 17.6 \\ \varepsilon_{xc} &= 1.4 \times 10^{-7} c^3 - 0.000\ 1 c^2 + 0.012 c + 0.46 \\ \varepsilon_{yc} &= -6.6 \times 10^{-8} c^3 + 0.000\ 1 c^2 + 0.004 c + 0.03 \\ \varepsilon_{zc} &= -8.2 \times 10^{-9} c^3 - 0.000\ 05 c^2 + 0.000\ 5 c + 0.3 \end{aligned} \right\}$$

(13)

实验测得的 11 项位置无关几何误差数据如表 4 和 5 所示。

表 4 3 个直线轴的 3 项位置无关几何误差
Table 4 3 Position-independent geometric errors data of three linear axes

误差类型	误差值
S_{xy}/rad	-4.8×10^{-5}
S_{yz}/rad	-8.5×10^{-5}
S_{xz}/rad	3.3×10^{-4}

表 5 两个旋转轴 8 项位置无关几何误差
Table 5 8 Position-independent geometric errors data of two rotation axes

误差类型	误差值
$\alpha_{AY}/(^{\circ})$	0.21
$\beta_{AY}/(^{\circ})$	-0.1
$\gamma_{AY}/(^{\circ})$	-0.1
$\delta_{xAY}/\mu\text{m}$	-9.8
$\delta_{yAY}/\mu\text{m}$	17.0
$\delta_{zAY}/\mu\text{m}$	8.1
$\beta_{CA}/(^{\circ})$	0.3
$\delta_{yCA}/\mu\text{m}$	1.7

4.2 S 形缘条加工中跟随误差的获取

S 形试件是航空结构件加工领域的标准试件,广泛应用于五轴机床的评定和验收^[25]。S 形试件由 S 形缘条和矩形底座构成,几何形状如图 12 所示。S 形缘条由两个直纹面(A 和 B)组成,其中直纹面 A 尺寸如图 13 所示。

本文实验选取的科德 KMC400S U 机床各轴行程参数见表 6。

在实验机床上加工 S 形试件时,机床的 X 轴、Y 轴、C 轴有较大的运动范围,Z 轴、A 轴也有一定的运动范围,能够覆盖各轴的行程,将各轴不同位置的几何误差影响包含进来。S 形试件的曲率变化比较

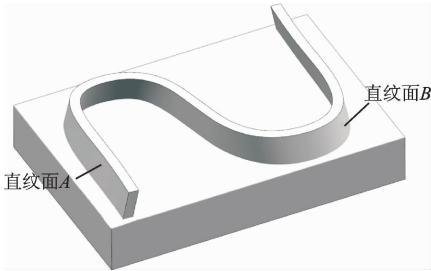


图 12 S 形试件几何形状
Fig. 12 S-shaped specimen geometry

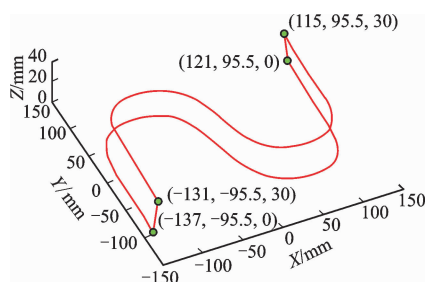


图 13 直纹面 A
Fig. 13 Ruled surface A

大,在加工时引起的各轴跟随误差明显,能够更好地呈现跟随误差对轨迹的影响。

表 6 KMC400S U 机床各轴行程参数
Table 6 The stroke parameters of each axis of KMC400S U machine tool

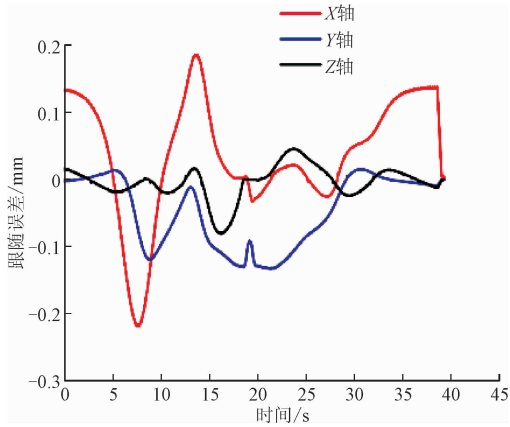
移动轴	行程
X,Y,Z 轴	450,460,350 mm
A 轴	$-130^{\circ} \sim +130^{\circ}$
C 轴	$0^{\circ} \sim 360^{\circ}$

因此本文选取 S 形试件为加工零件,以 S 形缘条直纹面 A 为例,对五轴联动轨迹误差预测方法进行实验验证。

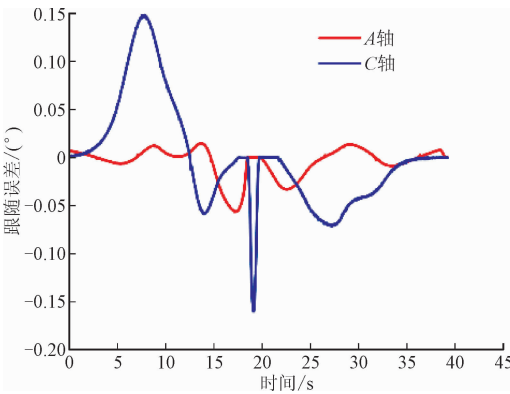
在实验机床上加工 S 形试件。在精加工 S 形缘条直纹面 A 时,通过科德 GNC62 数控系统,采集五轴指令位置序列,得到加工时各运动轴随时间的理想位置变化。采集光栅尺反馈的光栅检测位置序列,得到加工时各运动轴随时间的实际位置变化。实际位置相对于理想位置的偏差,即为五轴的跟随误差,如图 14 所示。

4.3 S 形缘条加工后轨迹误差的测量

采用德国 CS100 三坐标测量仪,测量 S 形缘条直纹面 A 的轨迹误差,如图 15 所示。三坐标测量仪的精度为 $1.5\ \mu\text{m} + L(\text{mm})/350$,其中 L 为测量长度。



(a)直线轴跟随误差



(b)旋转轴跟随误差

图 14 加工 S 形缘条直纹面 A 的五轴跟随误差

Fig. 14 Five-axis tracking errors for machining S-shaped edge strip ruled surface A

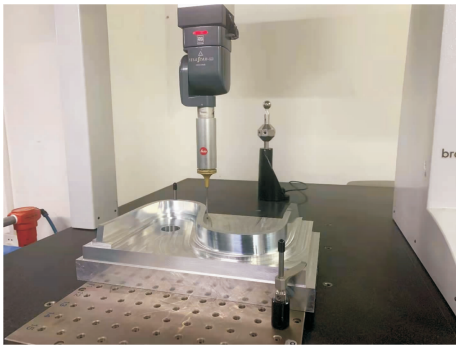


图 15 三坐标测量仪测量 $Z=22.33$ mm 截面上的轨迹误差

Fig. 15 The trajectory error measurement on the cross-section $Z=22.33$ mm by the three-coordinate measuring instrument

本文所提出的五轴联动轨迹误差预测方法,可以预测 S 形缘条任意一个截面的轨迹误差,因此理论上三坐标测量仪可以在任意一个截面上设置测量点,之后将下基线平移到这个截面上进行轨迹误差

评定。

现场用三坐标测量仪对 S 形缘条直纹面 A 进行测量时,考虑到探针球可能会与底座发生干涉,测量截面不宜选在底部,本文在 S 形缘条直纹面 A 的中上部任意选取了一条截面进行测量。考虑到测量仪的精度,所选择的截面保留小数点后两位,最后选择在直纹面 A 的 $Z=22.33$ mm 截面上测量 900 个点,得到该截面上的实测轨迹误差。

4.4 预测轨迹误差与实测轨迹误差的对比分析

按照第二节所述方法,基于采集到的各轴指令位置,可以合成指令刀心位置和刀轴姿态轨迹。基于测得的几何误差数据和光栅检测位置数据,得到预测刀心位置和刀轴姿态轨迹,如图 16 所示。

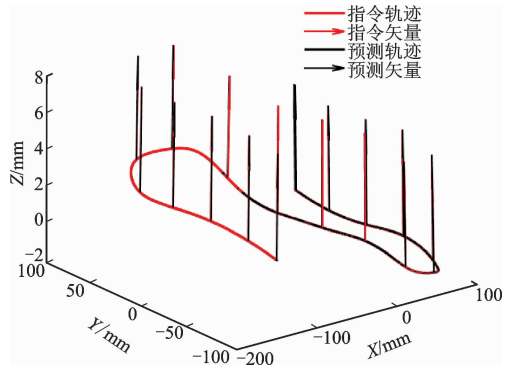


图 16 指令刀心位置和刀轴姿态轨迹与预测刀心位置和刀轴姿态轨迹

Fig. 16 Setpoints tool center position/tool axis attitude trajectory and predicted tool center position/tool axis attitude trajectory

图 16 所示轨迹为刀心点 O_1 的轨迹。为了与三坐标测量结果比较,需要考虑刀具半径 r 的影响,将刀心点 O_1 转换到刀触点 O_2 (刀具与下基线相接触点)。采用牛鼻铣刀加工 S 形缘条,半径 r 为 10 mm。转换后的预测刀触点位置和刀轴姿态轨迹如图 17 所示。

如图 18 所示,分别求解 $Z=22.33$ mm 截面处预测刀触点位置轨迹和实测轨迹相对于指令刀触点位置轨迹的偏差,得到预测轨迹误差和实测轨迹误差,如图 19 所示。

从图 18 可以看出,指令轨迹呈现出预设的 S 形,预测轨迹相对于指令轨迹存在一定偏差,体现为几何误差和跟随误差的影响。实测轨迹与预测轨迹变化趋势大致相同,两曲线均反映出部分尖峰特征,说明预测算法的正确性。

从图 19 可以看出,预测轨迹和实测轨迹并不完

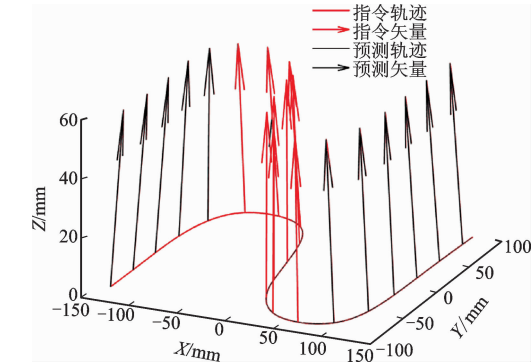


图 17 指令刀触点位置和刀轴姿态轨迹和预测刀触点位置与刀轴姿态轨迹

Fig. 17 Setpoints tool contact position/tool axis attitude trajectory and predicted tool contact position/tool axis attitude trajectory

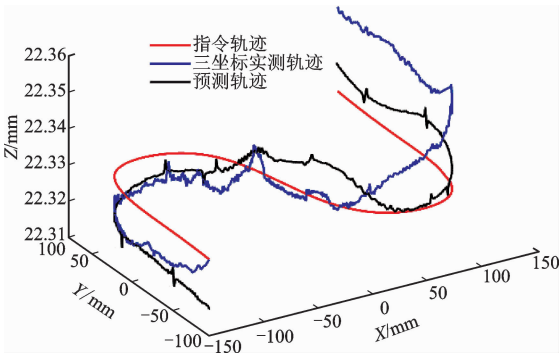


图 18 指令轨迹、预测轨迹和实测轨迹对比
($Z=22.33$ mm 截面处)

Fig. 18 A comparison of setpoint trajectory, predicted trajectory and measured trajectory
($Z=22.33$ mm section)

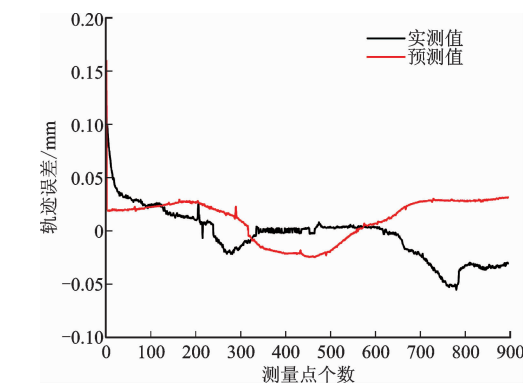


图 19 预测轨迹误差与实测轨迹误差对比
($Z=22.33$ mm 截面处)

Fig. 19 A comparison of predicted trajectory error and measured trajectory error ($Z=22.33$ mm section)

全重合,两者的走势及各点的误差大小存在一定差异。原因在于,预测轨迹误差只考虑到了几何误差

和各轴跟随误差,实测轨迹误差还包括原理误差^[26]、环外动态误差^[27-28]及加工误差^[29]等因素的影响。后续研究还需要进一步考虑这些影响因素。

5 结 论

本文提出了一种综合考虑各轴跟随误差和 41 项几何误差的五轴联动轨迹误差预测方法。所提方法首先测量五轴机床 41 项几何误差,与位置相关的 30 项几何误差表征为函数,与位置无关的 11 项几何误差表征为常量;在加工中或加工前读取各轴指令位置序列和光栅检测位置序列,合成指令刀心位置和刀轴姿态轨迹,合成考虑各轴跟随误差和 41 项几何误差的预测刀心位置和刀轴姿态轨迹;最后,求解预测刀心位置轨迹相对于指令刀心位置轨迹的偏差,实现对五轴联动轨迹误差的预测。

所提方法可以在加工前或加工中预测在某选定机床上加工某轨迹的轨迹误差,提前判断选定机床是否能够满足零件轮廓误差的要求,分析各轴跟随误差及几何误差对联动轨迹误差的影响。

本文提出五轴联动轨迹误差预测方法仅考虑机床几何误差和跟随误差的影响,未来还需要进一步研究环外动态误差、原理误差及加工误差等因素对联动轨迹误差的影响。

参考文献:

[1] 项四通,杨建国,Altintas Yusuf,等. 五轴数控机床空间误差测量、建模与补偿技术研究 [J]. 机械工程学报, 2018, 54(4): 108.
XIANG Sitong, YANG Jianguo, ALTINTAS Y, et al. Volumetric error measuring and compensation technique for five-axis machine tools [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2018, 54(4): 108.
[2] FU Guoqiang, FU Jianzhong, XU Yuetong, et al. Accuracy enhancement of five-axis machine tool based on differential motion matrix: geometric error modeling, identification and compensation [J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2015, 89: 170-181.
[3] IBARAKI S, KNAPP W. Indirect measurement of volumetric accuracy for three-axis and five-axis machine tools: a review [J]. International Journal of Automation Technology, 2012, 6(2): 110-124.
[4] ZHU Shaowei, DING Guofu, QIN Shengfeng, et al. Integrated geometric error modeling, identification and compensation of CNC machine tools [J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2012, 52

- (1): 24-29.
- [5] 吕盾, 李润泽, 刘辉, 等. 数控机床高速高加速进给下的跟随误差控制策略 [J]. 西安交通大学学报, 2018, 52(12): 25-31.
LÜ Dun, LI Runze, LIU Hui, et al. A control strategy of tracking errors for numerical control machine tools at high speed and acceleration feeding [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2018, 52(12): 25-31.
- [6] 王伟, 陶文坚, 李晴朝. 五轴数控机床动态精度检验试件特性研究 [J]. 机械工程学报, 2017, 53(1): 101-109.
WANG Wei, TAO Wenjian, LI Qingzhao. Research on characteristic of test specimen for five-axis CNC machine tools [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2017, 53(1): 101-109.
- [7] 李杰, 谢福贵, 刘辛军, 等. 五轴数控机床空间定位精度改善方法研究现状 [J]. 机械工程学报, 2017, 53(7): 113-128.
LI Jie, XIE Fugui, LIU Xinjun, et al. Analysis on the research status of volumetric positioning accuracy improvement methods for five-axis NC machine tools [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2017, 53(7): 113-128.
- [8] 陈晨, 马术文, 丁国富. 五轴数控机床综合热误差建模与空间解耦补偿 [J]. 组合机床与自动化加工技术, 2012(10): 1-4, 9.
CHEN Chen, MA Shuwen, DING Guofu. Synthesis thermal error modeling and space decoupling compensation for a five-axis CNC machine tool [J]. Modular Machine Tool & Automatic Manufacturing Technique, 2012(10): 1-4, 9.
- [9] VENUGOPAL R, BARASH M, SHAW M C. Thermal effects on the accuracy of numerically controlled machine tools [J]. CIRP Annals, 1986, 35(1): 255-258.
- [10] OKUSHIMA K, KAKINO Y. An analysis of methods used in minimising thermal deformations of machine tools [C]// Proceedings of the Sixteenth International Machine Tool Design and Research Conference. London, UK: MacMillan Education UK, 1976: 195-201.
- [11] 胡敏, 马军旭, 金涛, 等. 可抵消重力变形的横梁导轨面曲面设计 [J]. 组合机床与自动化加工技术, 2016(5): 51-54.
HU Min, MA Junxu, JIN Tao, et al. The design method of the guideways' surfaces of the beam to eliminate the gravity deformation [J]. Modular Machine Tool & Automatic Manufacturing Technique, 2016(5): 51-54.
- [12] LIU Hui, ZHANG Jun, ZHAO Wanhua. An intelligent non-collocated control strategy for ball-screw feed drives with dynamic variations [J]. Engineering, 2017, 3(5): 148-162.
- [13] ISO. Test code for machine tools: part 1 Geometric accuracy of machines operating under no-load or quasi-static conditions: ISO 230-1: 2012[S/OL]. [2021-01-15]. https://infostore.saiglobal.com/en-au/Standards/Product-Details-592118_SAIG_ISO_ISO_1356285/?productID=592118_SAIG_ISO_ISO_1356285.
- [14] ABBASZADEH-MIR Y, MAYER J R R, CLOUTIER G, et al. Theory and simulation for the identification of the link geometric errors for a five-axis machine tool using a telescoping magnetic ball-bar [J]. International Journal of Production Research, 2002, 40(18): 4781-4797.
- [15] ISO. Test code for machine tools: part 7 Geometric accuracy of axes of rotation: ISO 230-7: 2015 [S/OL]. [2021-01-15]. https://infostore.saiglobal.com/en-au/standards/iso-230-7-2015-592131_saig_iso_iso_1356318/.
- [16] UDDIN M S, IBARAKI S, MATSUBARA A, et al. Prediction and compensation of machining geometric errors of five-axis machining centers with kinematic errors [J]. Precision Engineering, 2009, 33(2): 194-201.
- [17] IBARAKI S, OYAMA C, OTSUBO H. Construction of an error map of rotary axes on a five-axis machining center by static R-test [J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2011, 51(3): 190-200.
- [18] HONG Cefu, IBARAKI S. Non-contact R-test with laser displacement sensors for error calibration of five-axis machine tools [J]. Precision Engineering, 2013, 37(1): 159-171.
- [19] HONG Cefu, IBARAKI S, OYAMA C. Graphical presentation of error motions of rotary axes on a five-axis machine tool by static R-test with separating the influence of squareness errors of linear axes [J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2012, 59: 24-33.
- [20] 粟时平, 李圣怡. 五轴数控机床综合空间误差的多体系统运动学建模 [J]. 组合机床与自动化加工技术, 2003(5): 15-18, 21.
SU Shiping, LI Shengyi. Modeling the volumetric synthesis error of 5-axis machine tools based on multi-

- body system kinematics [J]. *Modular Machine Tool & Automatic Manufacturing Technique*, 2003 (5): 15-18, 21.
- [21] 刘又午. 多体动力学在机械工程领域的应用 [J]. *中国机械工程*, 2000, 11(Z1): 144-149.
LIU Youwu. Applications of multibody dynamics in the field of mechanical engineering [J]. *China Mechanical Engineering*, 2000, 11(Z1): 144-149.
- [22] KIRIDENA V, FERREIRA P M. Mapping the effects of positioning errors on the volumetric accuracy of five-axis CNC machine tools [J]. *Precision Engineering*, 1994, 16(1): 73.
- [23] 吕盾, 刘青, 刘沛, 等. 五轴机床加工零件轮廓误差预测方法 [J]. *西安交通大学学报*, 2020, 54(2): 9-15.
LÜ Dun, LIU Qing, LIU Pei, et al. Contour error prediction method of part for five-axis machining [J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2020, 54(2): 9-15.
- [24] ERKORKMAZ K, YEUNG C H, ALTINTAS Y. Virtual CNC system: part II High speed contouring application [J]. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 2006, 46(10): 1124-1138.
- [25] 边志远, 丁杰雄, 赵旭东, 等. 基于“S”件的五轴数控机床加工性能综合评价方法研究 [J]. *组合机床与自动化加工技术*, 2015(2): 86-89.
BIAN Zhiyuan, DING Jiexiong, ZHAO Xudong, et al. Research on comprehensive evaluation of processing properties for five-axis CNC machine tool based on the “S”-shaped test piece [J]. *Modular Machine Tool & Automatic Manufacturing Technique*, 2015 (2): 86-89.
- [26] 陈皓晖, 刘华明, 孙春华. 发动机叶轮侧铣数控加工方法及误差计算 [J]. *机械工程学报*, 2003, 39(7): 143-145.
CHEN Haohui, LIU Huaming, SUN Chunhua. Calculating method of error of impeller machined by flank milling [J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2003, 39(7): 143-145.
- [27] BARTON K L, ALLEYNE A G. A cross-coupled iterative learning control design for precision motion control [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2008, 16(6): 1218-1231.
- [28] TARNG Y S, CHUANG H Y, HSU W T. Intelligent cross-coupled fuzzy feedrate controller design for CNC machine tools based on genetic algorithms [J]. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 1999, 39(10): 1673-1692.
- [29] 朱政红, 张春伟. 影响机械加工精度的几种因素 [J]. *组合机床与自动化加工技术*, 2008(11): 76-82, 85.
ZHU Zhenghong, ZHANG Chunwei. The factors influencing the machining accuracy [J]. *Modular Machine Tool & Automatic Manufacturing Technique*, 2008(11): 76-82, 85.

(编辑 杜秀杰)